

一种模拟实测过程的齿槽转矩数值计算方法

韩力¹, 辛懋¹, 谢红^{1,2}, 李辉¹, 魏华¹

(1. 重庆大学 电气工程学院 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 贵州航天林泉科技有限公司, 贵州 贵阳 550008)

摘要: 为了精确计算与有效削弱齿槽转矩, 采用数值仿真技术, 提出通过模拟齿槽转矩的标准测量过程来计算永磁电机齿槽转矩的方法, 其模型考虑了齿槽效应、铁心饱和以及运动、时变电磁场的影响。计算结果和实验结果吻合, 表明该方法正确、有效的。利用该方法对具有不同极槽数配合的 9 台永磁直流电动机进行了齿槽转矩的有限元计算, 并验证了使极数和槽数的最小公倍数达到最大的极槽配合方案可有效削弱齿槽转矩。

关键词: 永磁电机; 齿槽转矩; 电磁场; 有限元法; 模拟

中图分类号: TM351; TM153 文献标识码: A 文章编号: 1007-449X(2007)06-0589-05

Numerical method for calculating cogging torque by simulation of actual measurement

HAN Li¹, XIN Mao¹, XIE Hong^{1,2}, LI Hui¹, WEI Hua¹

(1. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology,

College of Electrical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. Guizhou Linqun Spaceflight Technological Company, Guiyang, 550008, China)

Abstract: For accurate calculation and effective reduction of cogging torques, a new method of the numerical simulation is proposed based on the standard measurement principle of the cogging torque. The model considers the influences of slot opening, core saturation, moving and time-varying electromagnetic field. The agreement of the calculation results with the measured data shows that this method is correct and effective. The cogging torques of 9 permanent magnet DC motors (PMDCMs) with different matching numbers of poles and slots are calculated by the finite element method. The results explain and verify that the cogging torque could be reduced obviously when the least common multiple of the numbers of poles and slots reaches the maximum value.

Key words: permanent magnet motor; cogging torque; electromagnetic field; finite element method; simulation

1 引 言

齿槽转矩是永磁电机的一种固有现象, 它是在

电枢绕组不通电的情况下, 由永磁体磁场与电枢铁心的齿槽相互作用而在圆周方向产生的转矩。齿槽转矩将使永磁电动机的运行发生振动和噪声, 并通

收稿日期: 2007-09-06

作者简介: 韩力 (1963-), 男, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为电机优化设计、电机电磁场;

辛懋 (1982-), 男, 工学硕士生, 研究方向为永磁电机;

谢红 (1969-), 女, 高级工程师, 工程硕士生, 研究方向为航空航天电机;

李辉 (1973-), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为电机及其系统的设计与控制;

魏华 (1984-), 女, 工学硕士生, 研究方向为永磁电机。

过转轴把脉动转矩传递给负载,降低系统的速度与位置控制精确度,这种现象在低速时尤其严重。影响齿槽转矩大小的因素很复杂,其中主要包括永磁体的性能与电机的结构和尺寸。精确计算与有效削弱齿槽转矩成为近年来永磁电机研究的难点与热点问题之一^[1-12]。

齿槽转矩的分析方法大体可分为解析法、图解法和数值方法。解析法的优点是物理概念清晰,但针对不同的电机、不同的结构,往往需要进行不同的假设与推导,数学表达式比较烦琐,且一般都忽略了铁心的饱和^[1-4,6,7,9-12]。为了分析齿槽转矩,文献[3,4]假设转子铁心表面光滑、定子齿槽为矩形且槽无限深;文献[12]采用不等槽口宽配合来削弱齿槽转矩,但得出的结论只适合于偶数槽电机;文献[10]为了研究转子静态偏心时的齿槽转矩,在解析分析中忽略了齿槽的存在。这一系列的近似处理方法将对齿槽转矩的精确计算带来不利影响。

图解法比较形象、直观,根据虚功原理,通过绘制任一极的磁通-磁动势图,求得齿槽转矩^[5]。其优点是可以考虑磁场的饱和,处理各种结构的永磁电机。但图解法的精确度难于控制,直接取决于当转子位置发生变化时,对引起磁通变化的准确估计程度。为了提高图解法的精确度,还往往需要辅之以有限元计算。有限元作为一种功能强大的数值方法,在分析计算齿槽转矩中得到了广泛应用,并取得了重要研究成果^[6,8-12]。然而,在利用有限元分析计算齿槽转矩时,一些文献采用静态场模型,逐次计算不同转子位置时的电磁场分布及对应的齿槽转矩^[8-10],重复计算量大,且忽略了运动媒质和时变电磁场的影响,不利于保证齿槽转矩的计算精确度。为了防止气隙网格剖分畸变带来的误差,提高齿槽转矩的计算精度,文献[7]对气隙区域不进行剖分,而是给出气隙磁场的解析表达式,提出了一种数值解析结合法。这种方法可以提高气隙磁场与齿槽转矩的计算精确度,但算法比较复杂。

为了研究削弱齿槽转矩的各种措施,必须首先研究齿槽转矩的有效计算方法。针对目前齿槽转矩常见分析方法的复杂性,本文采用数值仿真技术,通过模拟齿槽转矩的实际测量过程,提出建立时变运动电磁场有限元模型来计算永磁电机齿槽转矩的新方法,并利用 Ansoft 的 Maxwell 2D 分析模块,对永磁直流电动机的齿槽转矩进行了分析与计算。通过与相关文献的计算方法以及实测数据进行比较,表明了该方法的有效性和计算结果的正确性。

极数和槽数配合对永磁直流电动机的齿槽转矩

有很大影响,合理选择极槽配合是削弱齿槽转矩的有效措施之一。一些文献对此做了定性说明^[2,9],但很少见到针对此问题的有限元计算。本文针对不同极槽配合的 9 台永磁直流电动机,利用有限元法对齿槽转矩进行了计算,比较了其幅值和周期数的变化规律,解释了采用奇数槽、使极数和槽数的最小公倍数达到最大的极槽配合方案可以有效削弱齿槽转矩的原因。

2 仿真原理与计算模型

2.1 仿真原理

定量分析永磁电机齿槽转矩的最直接方法是进行实际测量,齿槽转矩可以通过标准测量法来得到。其基本原理是,利用 1 台步进电动机来控制永磁电机的转子位置,为其提供平衡齿槽转矩所需的驱动转矩,并由安装在连接轴上的扭矩传感器来测量其平衡转矩。这种方法的优点是可以进行连续测量,得出转矩随转角变化的关系曲线。但实际测量装置的结构往往比较复杂,且对于微型永磁电机而言,由于摩擦转矩的影响,难于精确测量并分离出齿槽转矩。

采用数值仿真技术,来模拟齿槽转矩标准测量法的过程,并通过适当改进,可以方便地剔除摩擦转矩,简单、精确地计算出齿槽转矩。具体做法是:不考虑其机械摩擦;让永磁电动机以恒速缓慢旋转,令铁心的电导率为零,避免产生铁心附加损耗;将电枢绕组的等效电阻设为无限大,使其电流为零。在这种运行状态下,根据虚功原理,用有限元数值计算得出的电磁转矩,即为齿槽转矩。利用时变运动电磁场有限元模型,可计算得到齿槽转矩随时间变化的波形曲线。通过恒定转速与时间的变换,即可得到齿槽转矩随转子位置的变化曲线。只要运动有限元模型的时步取得足够小,就可以得到齿槽转矩随转子位置连续变化的光滑曲线。

2.2 永磁电机的电磁场模型

考虑到铁磁材料的非线性,描述时变运动电磁场的偏微分方程为

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) + \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] = \mathbf{J}_s, \quad (1)$$

式中: \mathbf{A} 为矢量磁位; \mathbf{v} 为媒质相对于参考坐标系的运动速度; \mathbf{J}_s 为外部强加的源电流密度; σ 为媒质的电导率; μ 为媒质的磁阻率。忽略端部效应,设电流密度和矢量磁位只有 z 轴分量,速度只有 x 轴分量,引入库仑规范 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, 并加入边界条件,便可得到描述永磁电机时变运动电磁场的定解问题:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) &= -J_{sc} + \frac{\partial A_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial A_x}{\partial x} \\ S_1 \cdot A_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： J_{sc} 为永磁体的等效面电流密度；为求解区域； S_1 为求解区域边界线。为了便于下面奇偶不同槽数电机的有限元分析， S_1 统一取为定子外圆边界线和转子内圆边界线。

通过有限元分析，在得到磁场分布之后，利用虚功原理，由下式来计算齿槽转矩：

$$T_{\text{cog}} = - \frac{\partial W_m}{\partial \theta} = - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \int_V \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} dV \right), \quad (3)$$

式中： W_m 为磁场储能；为定子齿中心线与永磁体中心线之间的夹角。上述模型考虑了铁心饱和以及媒质运动、电磁场时变的作用。利用有限元法网格剖分灵活的特点，还可以充分考虑齿槽效应的影响。

2.3 运动问题的处理

永磁电机的转子相对于定子运动，其齿槽配合是一个复杂的过程。场域内介质间的相对运动将造成有限元剖分网格发生变化，如果处理不当，则在数值计算过程中容易引起解的不稳定，甚至导致错误的结果。目前对时变运动电磁场方程进行离散时，一般是将速度因子融合到刚度矩阵中，其主要方法有边界积分法、重新剖分法、运动边界法和插值运动边界法^[13]。

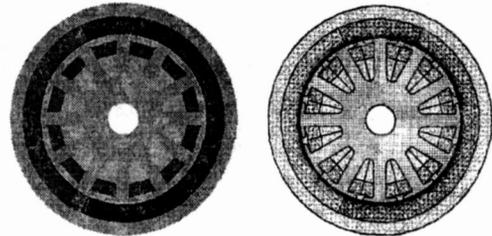
本文利用 Ansoft 的滑动气隙边界法来处理电机定转子之间的相对运动，在气隙中设置 1 条运动气隙边界，将气隙由内到外剖分成 2 层，并沿圆周方向均匀剖分气隙边界，边界层的节点具有双重编号。气隙边界以内为转动部分、以外为静止部分。在时域仿真的每一步，只需要对滑动气隙边界进行处理，不需要对定转子部分的网格进行调整。这样，可以自由灵活地选择足够小的时间步长，不再受有限元网格单元边长的约束，最大限度地消除在动态情况下由网格变动带来的计算误差，计算并描绘出齿槽转矩的变化曲线。

3 计算实例与分析

3.1 基本计算内容

首先以 1 台 2 极、12 槽的永磁直流电动机为模型进行计算，如图 1(a) 所示。其基本数据为：额定功率 38 W，额定电压 24 V，额定转速 3 000 r/min，永磁体为钕铁硼，径向充磁，磁极结构为瓦片形。采用自适应网格剖分技术，得到 10 852 个三角形单元，如图 1(b) 所示。图 2 是放大的气隙网格剖分图，图

3(a) 是通过有限元计算得到的该电机磁场分布图。在此基础上，改变电枢结构，增加 1 槽，计算得到 1 台 2 极、13 槽同容量永磁直流电动机的磁场分布图，如图 3(b) 所示。



(a) 被试电机 (b) 测试装置

图 1 12 槽永磁直流电动机

Fig. 1 PMDCM with 12 slots

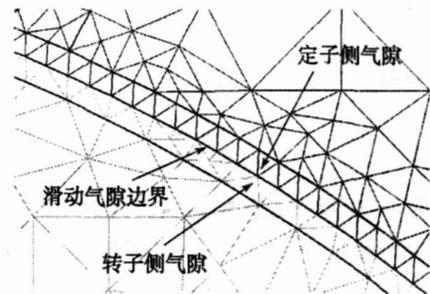
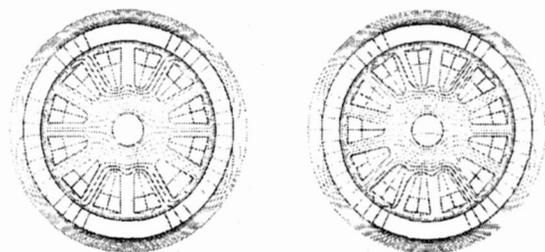


图 2 气隙网格剖分图

Fig. 2 Finite element meshes around airgap



(a) 12 槽电机 (b) 13 槽电机

图 3 永磁直流电动机的磁场分布

Fig. 3 Magnetic field distribution of PMDCMs

在建立电机机械运动模型时，不考虑机械摩擦，让电动机以 60 r/min 低速旋转。时间步长取 2 ms，通过 500 次迭代，仿真 (0 ~ 1) s 的时变过程，得到转子旋转 360 时的齿槽转矩波形，如图 4(a) 所示。图 4(b) 为该电机齿槽转矩变化 1 个周期的波形。

3.2 不同方法的结果对比

把图 4(b) 从时间坐标变换到转子位置坐标 (机械角度)，并与文献的计算方法^[8-10]进行对比，得到图 5。可以看出，两者的齿槽转矩变化周期相同，幅值偏差不超过 2.31%。

为进一步验证该方法的正确性，对 1 台 40 W 的 2 极、17 槽永磁直流电动机进行了实测。在不通电的情况下，首先测试并纪录该电机在不同转子位置

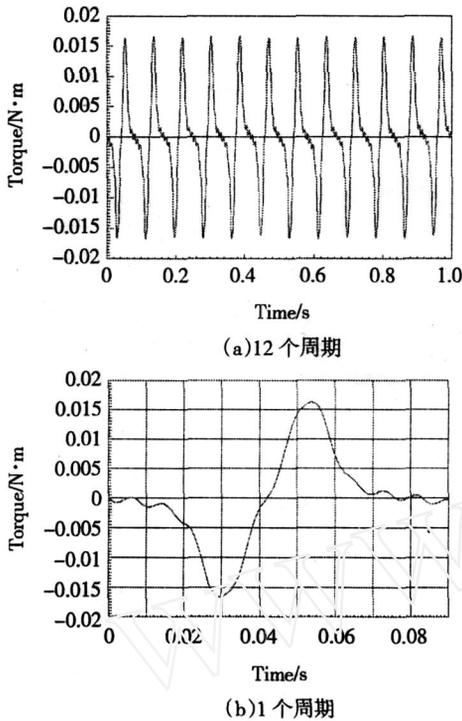


图 4 12 槽永磁直流电动机齿槽转矩波形

Fig. 4 Cogging torque waveform of PMDCM with 12 slots

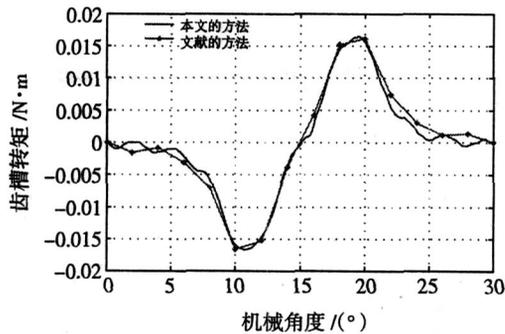


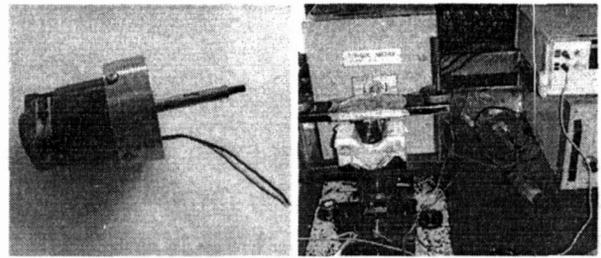
图 5 不同计算方法得到的齿槽转矩对比

Fig. 5 Comparison of cogging torque with different calculation methods

时的静态转矩,然后剔除其中的摩擦转矩,便得到呈现周期性规律变化的齿槽转矩。图 6(a)为被试电机,图 6(b)为测试装置,图 6(c)为实测数据与计算数据的比较。对比发现,齿槽转矩幅值的计算值略小于实测值,在 7 个测试点上计算值与实测值的平均误差为 8.84%。

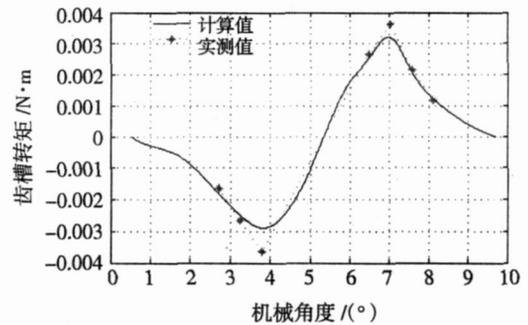
3.3 不同极槽配合研究实例

作为该方法的一种应用实例,下面研究不同极槽数配合对齿槽转矩的影响。对 3 种不同容量规格的 9 台永磁直流电动机进行了有限元分析,结果见表 1。其中图 7(a)给出了 38 W 的 2 极、13 槽电机转子旋转 360 时的齿槽转矩波形,图 7(b)为该电机齿槽转矩变化 1 个周期的波形。



(a) 被试电机

(b) 测试装置



(c) 齿槽转矩对比

图 6 齿槽转矩计算值与实测值的对比

Fig. 6 Comparison of the calculated values with the measured values about cogging torque

表 1 齿槽转矩数据汇总表

Tab. 1 Collecting data of cogging torques

永磁直流电动机基本参数		齿槽转矩		
额定功率 /W	极数	槽数	周期数	幅值 /N·m
15	2	9	18	0.001 56
		10	10	0.003 65
		11	22	0.000 63
38	2	11	22	0.005 02
		12	12	0.016 5
		13	26	0.007
		25	100	0.359 5
7500	4	26	52	0.822 7
		27	108	0.252 7

根据图 3 并对比图 4 和图 7,可以发现,对于 1 台 38 W 的 2 极电机,当转子槽数从 12 槽改变为 13 槽后,由于磁场分布和储能发生改变,齿槽转矩的周期数和幅值都发生了明显的变化。当转子转过 360 时,12 槽电机的齿槽转矩变化了 12 个周期,其幅值为 0.016 5 N·m;13 槽电机的齿槽转矩变化了 26 个周期,其幅值为 0.007 N·m。

通过表 1 可进一步看出,电机旋转 360°齿槽转矩变化的周期数为极数 $2p$ 和槽数 Z 的最小公倍数 N ,这是因为电机磁场的分布规律是每隔 Z/N 个槽距变化 1 个周期。15 W 的 2 极电机从 10 槽分别减少或增加 1 槽,38 W 的 2 极电机从 12 槽分别减

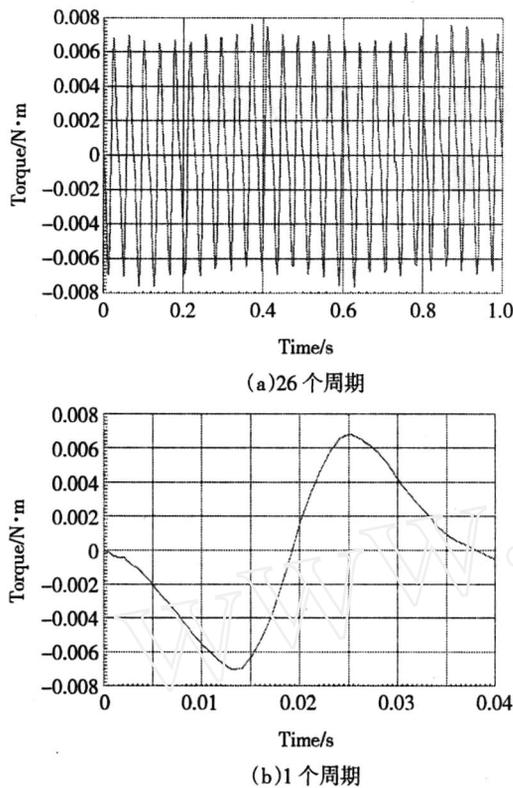


图 7 13 槽永磁直流电动机齿槽转矩波形

Fig. 7 Cogging torque waveform of PMDCM with 13 slots

少或增加 - 1 槽, 都可以使其齿槽转矩的幅值下降到原来的 43% 以下; 7 500 W 的 4 极电机从 26 槽分别减少或增加 1 槽, 其齿槽转矩将分别下降到原来的 43.7% 和 30.7%, 削弱效果非常明显。其原因是齿槽转矩的大小与气隙磁密平方的 $nZ/2p$ (其中 n 为使 $nZ/2p$ 为整数的整数) 次谐波分量成正比^[2, 11], 而其他各次谐波分量没有关系。采用奇数槽, 可以增大 $nZ/2p$ 的值, 使对齿槽转矩起作用的谐波分量次数变高, 这样不仅减少了起作用的谐波数量, 而且高次谐波的幅值也相对较低。所以, 在电机极数不变的情况下, 选用奇数槽, 尽量增大极数和槽数的最小公倍数, 即增大齿槽转矩变化的周期数, 可以有效地削弱齿槽转矩, 但同时会提高齿槽转矩的脉动频率。

4 结 论

1) 与解析法或静态场有限元法比较, 本文提出的方法充分考虑了齿槽、饱和、运动、时变等因素对齿槽转矩的影响, 计算模型更接近实际情况。与实际测量法比较, 该文提出的方法具有简便、快捷的特点, 且可以避免摩擦转矩对实测精确度的影响, 特别适用于微型永磁电机齿槽转矩的精确计算。

2) 通过与其他计算方法得到的结果以及实验

结果的对比, 表明本文提出的方法是正确、有效的, 同时也很好地验证了在电机极数不变的情况下, 选用奇数槽, 尽量增大极数和槽数的最小公倍数, 可以有效削弱齿槽转矩的结论。

3) 提出的方法具有较好的通用性, 可针对不同电机、不同结构, 进一步推广应用, 研究齿槽转矩的大小及其削弱方法, 比如对永磁直流电机或永磁同步电机中的不同极槽配合、不等槽口宽配合、不同极弧系数配合以及转子偏心等结构进行研究。

参 考 文 献:

- [1] BANCHIN, BOLOGNANI S. Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors[J]. *IEEE Trans on Industry Applications*, 2002, 38(5): 1259 - 1265.
- [2] HWANG Sangmoon, EOM Jae-boo, JUNG Yoong-Ho, et al. Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2001, 37(4): 2806 - 2809.
- [3] 王兴华, 励庆孚, 王曙鸿. 永磁无刷直流电机磁阻转矩的解析计算方法[J]. *中国电机工程学报*, 2002, 22(10): 104 - 108. WANG Xinghua, LI Qingfu, WANG Shuhong. Analytical calculation of cogging torque in brushless DC motor[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2002, 22(10): 104 - 108.
- [4] 魏先林, 付求涯. 基于 MATLAB 解析计算无刷直流电动机的齿槽转矩[J]. *微特电机*, 2005, (7): 15 - 17. WEI Xianlin, FU qiuya. Analytical calculation of cogging torque in brushless DC motors based on MATLAB[J]. *Small & Special Electrical Machines*, 2005, (7): 15 - 17.
- [5] DEODHAR R P, STATON D A, Jahns T M, et al. Prediction of cogging torque using the flux-MMF diagram technique[J]. *IEEE Trans on Industry Applications*, 1995, (1): 693 - 700.
- [6] LUKAN ISZYN M, JAGIELA M. W r del Optimization of permanent magnet shape for minimum cogging torque using a genetic algorithm[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2004, 40(2): 1228 - 1231.
- [7] 章跃进, 江建中, 崔巍. 数值解析结合法提高电机磁场后处理计算精度[J]. *中国电机工程学报*, 2007, 27(3): 68 - 72. ZHANG Yuejin, JIANG Jianzhong, CUI Wei. Accuracy enhancement of post process of magnetic field computation for rotational electric machines by numerical-analytical method[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2007, 27(3): 68 - 72.
- [8] 胡敏强, 刘瑞芳, 林明耀. 少槽永磁直流电动机的有限元分析方法[J]. *微电机*, 2001, (6): 3 - 6. HU Meiqiang, LIU Rui芳, LIN Mingyao. Finite element analysis on few slots permanent magnet DC motors[J]. *Micro motors Servo Technique*, 2001, (6): 3 - 6.
- [9] 宋伟, 王秀和. 削弱永磁电机齿槽转矩的一种新方法[J]. *电机与控制学报*, 2004, 8(3): 214 - 217. SONG Wei, WANG Xiuhe, YANG Yuba. New method for reducing cogging torque in surface-mounted permanent magnet motors[J]. *Electric machines and control*, 2004, 8(3): 214 - 217.

(下转第 599 页)

- creation of a generalized design optimization environment for electromagnetic devices [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2001, 37(5): 3562 - 3565.
- [2] FU W N, ZHOU P, L N D, *et al* Modeling of solid conductors in two-dimensional transient finite-element analysis and its application to electric machines [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2004, 40(2): 426 - 434.
- [3] FUCHS E F, POLOUJADOFF M, NEAL G W. Starting performance of saturable three-phase induction motors [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 1988, 3(2): 624 - 635.
- [4] ALFONZETTI S. Finite-element mesh adaptation of 2-D time-harmonic skin effect problems [J]. *IEEE Trans on Magn*, 2000, 36(4): 1592 - 1595.
- [5] B R O, BOHM P, PREIS K, *et al* Edge finite element analysis of transient skin effect problems [J]. *IEEE Trans on Magn*, 2000, 36(4): 835 - 839.
- [6] 董钟良. 实心转子材料及其双层组合对电机性能的影响 [J]. *电工技术杂志*, 1994 (3): 16 - 19.
TONG Zhongliang. Influence of solid rotor material and its double layers structure on motor performances [J]. *Electric Engineering*, 1994 (3): 16 - 19.
- [7] 李德成, 吕中枢, 唐亚俊, 等. 一种新型功能材料在电机中的应用 [J]. *沈阳工业大学学报*, 1993, 15(2): 6 - 10.
L I Dechang, L Ü Zhongshu, TANG Yajun, *et al* The application of a new type function material to electric machines [J]. *Journal of Shenyang Polytechnic University*, 1993, 15(2): 6 - 10.
- [8] 张玉平, 刘旭麟. Al - Si - Mn - Fe 高电阻率铝合金新材料的研究 [J]. *铸造技术*, 1999 (4): 45 - 48.
ZHANG Yuping, L I Xuling. The study on new Al-Si-Mn-Fe high resistivity aluminium alloy [J]. *Foundry Technology*, 1999 (4): 45 - 48.
- [9] 张玉平. 高转差率特种三相异步电动机转子新材料变质处理试验研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2001, 21(8): 89 - 93.
ZHANG Yuping. The study on the modification of new material used for high slip and special three-phase asynchronous motor rotors [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2001, 21(8): 89 - 93.
- [10] 曹君慈, 李伟力, 齐歌, 等. 复合笼条转子感应电动机不同转子材料特性对起动性能的影响 [J]. *中国电机工程学报*, 2005, 25(14): 103 - 108.
CAO Junci, L I Weili, Q I Ge, *et al* The influence of different material characteristic in compound cage rotor of induction motor on starting performance [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2005, 25(14): 103 - 108.
- [11] 汤蕴. 电机内的电磁场 [M]. 第 2 版. 北京: 机械工业出版社, 1998.

(编辑:王长风)

(上接第 593 页)

- [10] 冀溥, 王秀和, 王道涵, 等. 转子静态偏心的表面式永磁电机齿槽转矩研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(9): 188 - 191.
J I Pu, WANG Xiuhe, WANG Daohan, *et al* Study of cogging torque in surface-mounted permanent magnet motors with static eccentricity [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2004, 24(9): 188 - 191.
- [11] 王秀和, 杨玉波, 丁婷婷, 等. 基于极弧系数选择的实心转子永磁同步电动机齿槽转矩削弱方法的研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2005, 25(15): 146 - 149.
WANG Xiuhe, YANG Yubo, DING Tingting, *et al* The method for reducing cogging torque by suitable selection of pole-arc coefficient in solid-rotor permanent magnet synchronous motors [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2005, 25(15): 146 - 149.
- [12] 杨玉波, 王秀和, 陈谢杰, 等. 基于不等槽口宽配合的永磁电动机齿槽转矩削弱方法 [J]. *电工技术学报*, 2005, 20(3): 40 - 44.
YANG Yubo, WANG Xiuhe, CHEN Xiejie, *et al* A Method for reducing cogging torque by different slot widths in permanent magnet motors [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2005, 20(3): 40 - 44.
- [13] 严登俊, 刘瑞芳, 胡敏强, 等. 处理电磁场有限元运动问题的新方法 [J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(8): 163 - 167.
YAN Dengjun, L I Ruifang, HU Minqiang, *et al* A new method to deal with the motion problem in electromagnetic field finite element analysis [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2003, 23(8): 163 - 167.

(编辑:高长福)